

# Pierwszych 30 Szkół Matematyki Poglądowej

Andrzej DĄBROWSKI, Wrocław

Jest to zapis nadprogramowego odczytu wygłoszonego podczas XXX Szkoły Matematyki Poglądowej, Grzegorzewice, styczeń 2003.

Krótko przed XXX Zimową Szkołą Matematyki Poglądowej otrzymałem dość grubą paczkę. Wewnątrz znalazłem list z poleceniem opracowania dokumentacji poprzednich szkół i wygłoszenia na uroczystym spotkaniu referatu o tym, co w tych papierach znalazłem ciekawego. W paczce były programy wykładów i listy słuchaczy nieco sfatygowane i niekompletne (pierwszych 28 szkół). Wszystko odbywało się w konspiracji przed Markiem Kordosem, więc nie mogłem skorzystać z zasobów archiwalnych, które pewnie posiada.

Zabrałem się do pracy, bo czasu było niewiele. Postanowiłem sporządzić portret szkoły i jej wykładowców. Przypomniałem sobie powiedzenie, kursujące wśród statystyków: *Dane są jak ludzie, wystarczy je trochę pomęczyć, a powiedzą ci całą prawdę*. Wpisałem więc zawartość paczki do komputera, włączyłem program statystyczny i zacząłem spisywać to co zaczęło się pokazywać na ekranie.

## Miejsce, słuchacze i wykłady

Szkoły Matematyki Poglądowej odbywały się w czterech miejscach: Siedlcach, Zawadach, Miętne i Grzegorzewicach. Liczbę i sumę godzin wykładów jak również liczbę słuchaczy przedstawiają cztery poniższe tabele:

Siedlce			
szkoła	wykładów	godzin	słuchaczy
1	27	35,25	72
3	16	23,25	65
5	15	19,50	55
7	13	19,50	34
13	13	19,50	66
15	13	19,50	50
17	23	19,50	73
19	19	15,00	70
21	21	24,75	70
23	24	18,00	63
<b>Razem</b>	<b>184</b>	<b>213,75</b>	<b>618</b>

Zawady			
szkoła	wykładów	godzin	słuchaczy
2	12	17,25	51
4	15	21,00	52
6	15	19,50	63
<b>Razem</b>	<b>42</b>	<b>57,75</b>	<b>166</b>

Miętne			
szkoła	wykładów	godzin	słuchaczy
8	14	21,00	55
9	13	19,50	54
10	21	21,75	61
11	13	19,50	49
12	13	19,50	61
14	13	19,50	54
16	16	19,50	59
<b>Razem</b>	<b>103</b>	<b>140,25</b>	<b>393</b>

Grzegorzewice			
szkoła	wykładów	godzin	słuchaczy
18	20	17,25	55
20	26	19,50	63
22	26	19,50	69
24	24	18,00	58
25	23	17,25	55
26	24	18,00	53
27	26	19,50	58
28	24	18,00	50
<b>Razem</b>	<b>193</b>	<b>147,00</b>	<b>461</b>

Pierwsza Szkoła Matematyki Poglądowej zorganizowana została w Siedlcach w dniach od 19 do 27 września 1988 roku. Była to najdłużej trwająca i jedyna szkoła zorganizowana we wrześniu. Pozostałych 9 szkół, które odbyły się w Siedlcach, nigdy nie były organizowane w zimie. Na początku zimową stolicą szkół były Zawady – tam odbyły się pierwsze trzy szkoły zimowe. Potem rolę tę przejęło Miętne (7 szkół), ale dwie z nich: IX i XI odbyły się w lecie. Po wyprowadzce z Miętnego szkoły zimowe zaczęły być organizowane w Grzegorzewicach, aż do Szkoły XXIV, kiedy to zaczęliśmy się tam spotykać dwa razy do roku. W Grzegorzewicach zwiększono liczbę wykładów, ale wszystkie one są jednogodzinne. Aby dać szansę wysłuchania dłuższych występów, wprowadzono spotkania wieczorne, które czasami przeciągały się do późna w nocy.

Dwie szkoły zasługują na szczególną uwagę. I Szkoła w Siedlcach, gdzie wygłoszono największą w historii liczbę wykładów (27) i były to wykłady dwugodzinne; szkoła ta trwała jednak 9 dni, gdy pozostałe trwają 4,5 dnia. Drugą, ubogą w wykłady (tylko 12) była pamiętna II Szkoła w Zawadach.

Średnia liczba uczestników szkół zimowych wynosiła 58, letnich 61. Odpowiedni test pokazuje, że ta różnica jest statystycznie nieistotna. Natomiast z analizy frekwencji w zimie i w lecie wynika, że była ona zdecydowanie bardziej zróżnicowana w lecie: średnie zróżnicowanie frekwencji w lecie (odchylenie standardowe) było równe 10 uczestników, wobec 6 uczestników w zimie (statystycznie istotna różnica). Widocznie plany wakacyjne wpływają negatywnie na stabilność frekwencji w lecie.

Zdecydowanie w statystyce frekwencji przodują Siedlce ze średnią 64 uczestników, pozostałe miejsca spotkań spotkały się z podobnym powodzeniem: Zawady 56, Miętne 57, Grzegorzewice 58. Jednak po weryfikacji statystycznej nawet ta czołowa pozycja Siedlec okazała się nieistotnie duża. W Siedlcach zrealizowały się oba ekstrema frekwencyjne: minimum 34 uczestników (VII Szkoła, czerwiec 1991 (nietypowy termin)) oraz maksimum 73 (XVII Szkoła, sierpień 1996).

Można zapytać, czy liczba uczestników zależała od liczby zapowiadanych referatów. Okazuje się, że odpowiedź jest pozytywna dla szkół, w których zgłoszono co najwyżej 20 referatów (nie wykorzystano w pełni potencjału czasowego). Współczynnik korelacji liniowej wynosił wtedy 0,84, model  $y = 2,8 * x + 16,6$ , gdzie  $y$  jest liczbą uczestników,  $x$  – liczbą wykładów. Gdy uwzględnimy fakt, że liczba wykładów była co najmniej 12, to powyższe równanie można zapisać inaczej:  $y = 2,8 * d + 50,2$ , gdzie  $d$  jest liczbą wykładów ponad minimum. Oznacza to, że każdy dodatkowo ogłoszony wykład przyciągał prawie 3 słuchaczy, zwiększając tym samym ich liczbę ponad 50 (poziom dla szkół o 12 wykładach).

### Wykładowcy i wykłady

Pierwszy wykład pod tytułem *Lemat Spernera i jego konsekwencje w topologii* wygłosił 19 września 1988 o godz. 10:15 Jerzy Mioduszewski. Trwał on 2 godziny lekcyjne i zgromadził 72 słuchaczy. Był on rozłożony na dwie raty – druga część, też dwugodzinna, była wygłoszona następnego dnia. Na pierwszej szkole było kilka referatów czterogodzinnych, rozłożonych na dwie raty. Potem już nie powrócono do obyczaju wygłaszania tak długich odczytów. Po dość długim okresie, kiedy wygłaszano odczyty dwugodzinne nastąpiła epoka wykładów jednogodzinnych, trwająca do dziś.

Do zakończenia XXVIII Szkoły, 185 osób wygłosiło 522 wykłady. Trwało to 667 godzin, co oznacza 27 dni pracy przez 24 godziny na dobę lub 22 jednosemestralne wykłady dwugodzinne.

Oto lista 20 najbardziej pracowitych wykładowców (miarą pracowitości jest godzina zegarowa) wraz z numerem szkoły, na której debiutowali:

		godz.	debiut
1	Marciniak	35,0	1
2	Pogoda	29,3	1
3	Kordos	23,0	1
4	Dąbrowski	19,5	2
5	Mioduszewski	19,5	1
6	Guzicki	17,3	1
7	Strzelecki	14,3	10
8	Ciesielski	13,5	1
9	Płoski	12,0	1
10	Bednarczuk	11,5	1

		godz.	debiut
11	Wróblewski	10,5	15
12	Tutaj	9,0	13
13	Wojciechowska	9,0	7
14	Bartol	8,3	6
15	Szczerba	8,3	1
16	Więśław	8,3	8
17	Górnicki	7,5	1
18	Hajduk	7,5	7
19	Mąkowski	7,5	1
20	Żołądek	6,8	13

Spośród nich aż 11 debiutowało na pierwszej szkole, a tylko trzech zadebiutowało później niż na X Szkole.

Lista wykładowców gromadzących najliczniejszą widownię tylko nieznacznie różni się od listy najbardziej pracowitych:

		Widownia
1	Marciniak	1597
2	Pogoda	1495
3	Mioduszeowski	1069
4	Kordos	1055
5	Guzicki	1006
6	Dąbrowski	1000
7	Ciesielski	910
8	Strzelecki	800
9	Wróblewski	730
10	Płoski	663

		Widownia
11	Tutaj	544
12	Bednarczuk	515
13	Szczerba	501
14	Bartol	479
15	Mąkowski	476
16	Wojciechowska	448
17	Górnicki	438
18	Omiłjanowski	421
19	Więslaw	416
20	Żołądek	389

Podczas Szkół Matematyki Poglądowej nie numeruje się wykładów. Wypełniając tę lukę, podają listę osób, które nawet o tym nie wiedząc, wygłaszały odczyt jubileuszowy. Z pierwszej dwudziestki na tej liście znaleźli się: Zbigniew Marciniak, który wygłaszał 350. wykład i Jarosław Wróblewski, któremu się przytrafił wykład o numerze 500. Jak łatwo oszacować, kolejne wykłady jubileuszowe będą wygłaszane raz w roku na szkole zimowej

odczyt nr		szkoła	miejsce	rok	miesiąc	uczestników
50	Władysław Wilczyński	3	Siedlce	1989	sierpień	65
100	Mariusz Skalba	6	Zawady	1991	styczeń	63
150	Józef Banaś	10	Miętne	1993	styczeń	61
200	Tomasz Zukowski	13	Siedlce	1994	sierpień	66
250	Maciej Skwarczyński	17	Siedlce	1996	sierpień	73
300	Damian Niwiński	19	Siedlce	1997	sierpień	70
350	Zbigniew Marciniak	21	Siedlce	1998	wrzesień	70
400	Andrzej Komisarowski	23	Siedlce	1999	sierpień	63
450	Andrzej Michalski	26	Grzegorzewice	2001	styczeń	53
500	Jarosław Wróblewski	28	Grzegorzewice	2002	styczeń	50

### Liderzy

Przyjrzyjmy się bliżej 11 osobom, które wygłosiły co najmniej 10 godzin wykładów. Nazwijmy ich liderami. W tabeli podana jest liczba godzin wykładów, wygłoszonych przez każdego z nich, średnia liczba godzin i współczynnik zmienności  $v$ . Współczynnik zmienności opisuje stopień nierównomierności rozkładu liczby godzin wykładów w poszczególnych miejscach spotkań.

	Siedlce	Zawady	Miętne	Grzegorzewice	średnia	$v$
<b>Marciniak</b>	18,50	4,50	6,00	4,50	8,38	81%
<b>Pogoda</b>	8,25	3,75	9,75	6,00	6,94	38%
<b>Kordos</b>	14,00	1,50	5,25	2,25	5,75	100%
<b>Dąbrowski</b>	3,00	3,00	7,50	6,00	4,88	46%
<b>Mioduszeowski</b>	9,00	0,00	5,25	5,25	4,88	76%
<b>Guzicki</b>	9,75	1,50	1,50	4,50	4,31	90%
<b>Strzelecki</b>	6,50	0,00	3,25	3,00	3,19	83%
<b>Ciesielski</b>	8,25	0,00	1,50	3,75	3,38	107%
<b>Płoski</b>	6,00	1,50	0,75	2,25	2,63	89%
<b>Bednarczuk</b>	3,00	2,25	4,75	1,50	2,88	48%
<b>Wróblewski</b>	3,75	0,00	1,50	5,25	2,63	89%
<b>suma</b>	90,00	18,00	47,00	44,25		
<b>% wszystkich</b>	47%	31%	34%	30%		

Opierając się na tym wskaźniku, liderów można podzielić na cztery grupy:

Grupa I – „sprawiedliwi” ( $v$  od 38% do 50%) to ci, którzy równomiernie rozdzielali swój czas między miejsca szkół. Tu liderem jest Zdzisław Pogoda, dalsze miejsca w tej grupie zajmują Andrzej Dąbrowski i Jerzy Bednarczuk.

Grupa II – „umiarkowani” ( $v$  od 50% do 85%) – w umiarkowanym stopniu preferowali niektóre miejsca. Liderem na tej liście jest Jerzy Mioduszeowski, kolejne miejsca zajmują Zbigniew Marciniak i Paweł Strzelecki.

Grupa III „lekkobredni” ( $v$  od 85% do 1000%). Są to w kolejności: Arkadiusz Płoski, Jarosław Wróblewski i Wojciech Guzicki.

Grupa IV „wybredni” ( $v$  co najmniej równe 100%). Osoby te wykładały przede wszystkim w Siedlcach. Są to Marek Kordos i Krzysztof Ciesielski.

Na liderach można polegać. Na wszystkich szkołach drużyna ta zaznaczyła istotnie swoją obecność: w Siedlcach wygłosili 90 godzin wykładów co stanowiło aż 47% całego czasu wykładów w Siedlcach. W Zawadach i Grzegorzewicach wygłosili ok. 30% całkowitego czasu, a w Miętne 34% godzin.

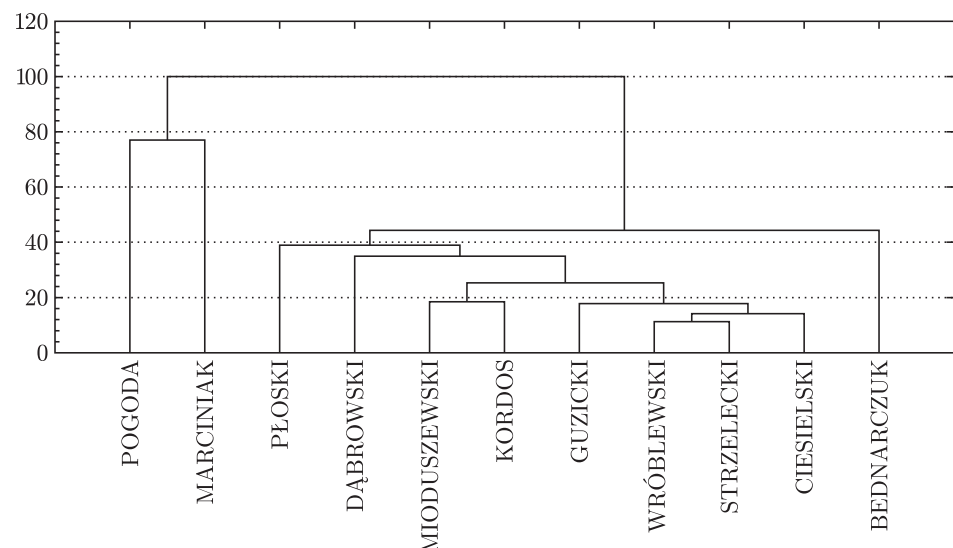
Czy mieli oni jakieś preferencje co do wyboru miejsca, gdzie organizowano szkoły? Tabela przedstawia rozkład czasu wykładów każdego z liderów między czterema siedzibami szkół.

	Siedlce	Zawady	Miętne	Grzegorzewice
Marciniak	55%	13%	18%	13%
Pogoda	30%	14%	35%	22%
Kordos	61%	7%	23%	10%
Dąbrowski	15%	15%	38%	31%
Mioduszeowski	46%	0%	27%	27%
Guzicki	57%	9%	9%	26%
Strzelecki	51%	0%	25%	24%
Ciesielski	61%	0%	11%	28%
Płoski	57%	14%	7%	21%
Bednarczuk	26%	20%	41%	13%
Wróblewski	36%	0%	14%	50%

Jak widać, większość swojego czasu liderzy poświęcili na wykłady w Siedlcach: powyżej 46% wszystkich swoich wykładów wygłosiło tam 7 z 11 liderów. Z czterech osób, które nie znalazły się na tej liście, dwie miały wyraźne preferencje: Bednarczuk wykladał przede wszystkim w Miętne (41% czasu) a Wróblewski w Grzegorzewicach (50% swojego czasu). Pozostałe dwie osoby: Pogoda i Dąbrowski rozkładały swój czas w miarę równomiernie.

Czy liderzy są wszyscy do siebie podobni, czy też tworzą jakieś grupy? Na takie pytanie możemy spróbować odpowiedzieć używając metod analizy skupień. Kryteria podobieństwa, jakie tu zostały użyte, związane są z ilością i długością wykładów, preferencjami co do wyboru pory roku, długością tytułów wykładów. Podobieństwo liderów jest odległością euklidesową między wektorami cech opisujących każdego z nich.

Analiza skupień  
Podobieństwo 11 liderów  
Kwadrat odległości euklidesowych

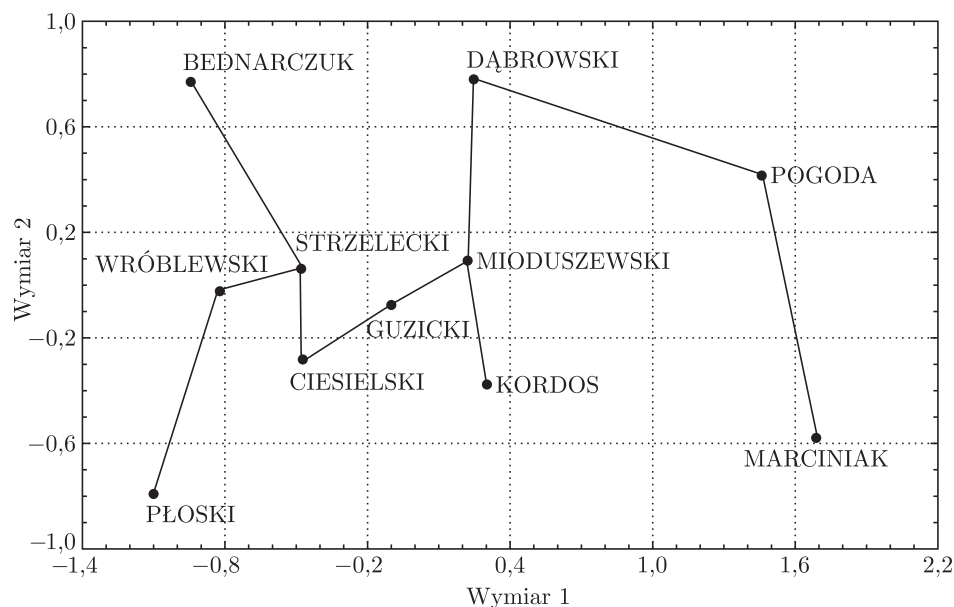


Drzewo to pozwala na opisanie podobieństw między liderami na różnym poziomie stratyfikacji. Najbardziej widoczna jest różnica między grupą Pogoda, Marciniak a resztą. Gdyby chcieć podzielić liderów na trzy grupy, to różnica między Pogodą a Marciniakiem jest tak duża, że powstałyby grupy: Pogoda (grupa jednoosobowa), Marciniak (grupa jednoosobowa) i reszta. Dopiero podział na 4 grupy ujawnia, że nowa grupa powstanie przez oderwanie od reszty Bednarczuka. Powstaną wtedy trzy grupy jednoosobowe (Pogoda, Marciniak,

Bednarczuk) i reszta. Widać z tego, że liderzy trzymają się mocno i są do siebie bardzo podobni.

Wektory, opisujące wykładowców można też narysować w rzucie na płaszczyznę, patrz [1] z naniesionym minimalnym drzewem rozpinającym. Drzewo to pozwala nam na określenie podobieństwa między dwiema osobami poprzez ustalenie najkrótszej drogi bez pętli, która ich łączy. Pozwala ono też wprowadzić lokalny porządek liniowy między obiektami. Z wykresu tego można odczytać, że prawie wszystkich liderów można uporządkować liniowo. Są dwie osoby, które tworzą węzły rozgałęzień: pierwszy węzeł, w którego centrum jest Strzelecki i najbliżsi mu Wróblewski, Bednarczuk i Ciesielski oraz drugi węzeł, w którego centrum jest Mioduszewski i najbliżsi mu Guzicki, Kordos i Dąbrowski. Analizując dane można też opisać znaczenie osi wykresu. Wymiar 1 (oś  $x$ ) jest związany z liczbą i długością wygłoszonych wykładów – im ich więcej, tym większe wartości tego wymiaru. Wymiar 2 (oś  $y$ ) związany jest z tendencją do wyboru terminu szkoły. Osoby, dla których wymiar 2 ma dodatnie wartości preferowały wykłady zimowe, osoby o małej wartości – wykłady letnie.

Mapa 11 liderów w rzucie na dwa wymiary



### Tytuły wykładów

Trudno byłoby metodami ilościowymi zbadać treści wygłoszonych wykładów. Zbadałem tylko jeden parametr, charakteryzujący wykłady: długość ich tytułu.

Absolutny rekord długości tytułu pobił Adam Płocki, którego wykład na II Szkole w Zawadach nosił tytuł *Pojęcia i idee stochastyczne, jako odkrywane nowe matematyczne narzędzia rozwiązywania konkretnych problemów, a proces stosowania matematyki* i miał 16 słów. Wicemistrzami w tej dziedzinie są Zbigniew Marciniak, Marek Kordos i Paweł Strzelecki, których wykłady z tytułem o długości 12 słów zostały wygłoszone w tym samym, 1998 roku.

Na drugim końcu skali znajdują się osoby oszczędne w tytułowaniu swoich wykładów. I jest to ogólna tendencja. Najczęściej występują wykłady o tytule składającym się z dwóch słów (27% wszystkich wykładów). Wykłady zapowiadane jednym słowem stanowiły 10%, a zapowiadane trzema słowami – 21% wszystkich wykładów. Tak więc tytuły lakoniczne (do 3 słów) miała większość (58%) wykładów. Oto lista powściągliwych wykładowców (tytuł krótszy niż 3 słowa) i pracowitych: Marciniak 19,5 godzin wykładów o krótkim tytule (58% czasu wszystkich swoich wykładów); Pogoda 15,75 (57%); Dąbrowski 12 (62%); Guzicki (52%), Kordos 9 (39%). Lista ta zawiera wyłącznie nazwiska z grupy 11 liderów.

Wśród 11 liderów najdłuższe tytuły miał Płoski (86% czasu na odczyty powyżej 3 słów), Wróblewski 65%, Kordos 61%, Mioduszewski 58%.

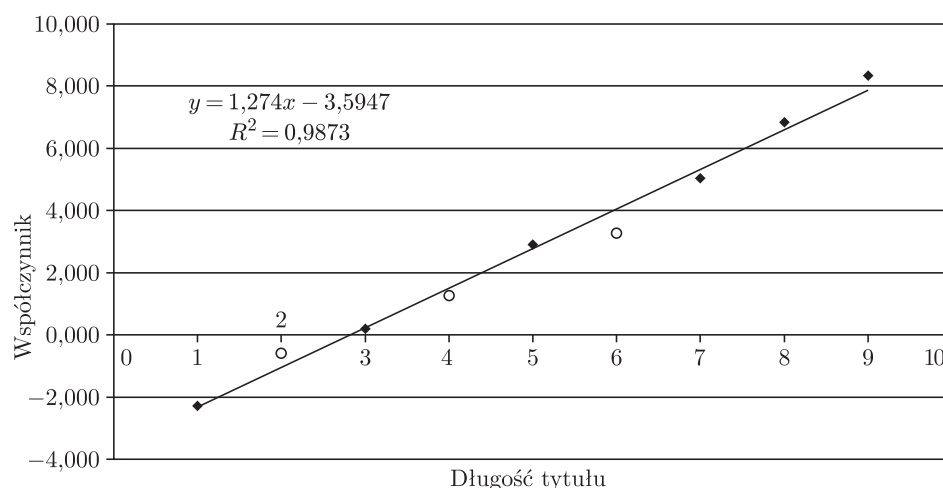
Ktoś mógłby zadać sobie pytanie, czy długość odczytu (1 czy 2 godziny) ma wpływ na długość jego tytułu. Zastosowanie testu  $\chi^2$  do tabeli, zawierającej rozkład długości tytułów wykładów jedno i dwugodzinnych

Długość	1	2	3	4	5	6	7	>7
1 GODZ	36	79	62	44	50	8	8	14
2 GODZ	16	64	43	32	27	11	7	9

pokazuje, że nie ma istotnej różnicy między tymi rozkładami.

Ostatnie, bardzo ciekawe pytanie związane z długością tytułu wykładu: czy długość wykładu jest wybierana przypadkowo, czy też są jakieś nielosowe reguły jego dobierania? Modelem, opisującym zachowanie losowe jest rozkład Poissona – gdy dane są z nim zgodne, to mamy podstawy do sądzenia, że wartości mierzonej cechy pojawiają się losowo. Graficznie zgodność z rozkładem Poissona można zilustrować poprzez wykres poissonnes. Wykres dla danych, w których wartość  $k$  zmiennej losowej była obserwowana  $n$  razy jest zbiorem punktów o współrzędnych  $(k, \ln(k!n_k/n))$ . Zgodność obserwacji z rozkładem Poissona jest równoważna liniowemu ułożeniu tych punktów na prostej  $y = ax - b$ , gdzie  $b$  jest oczekiwaną wartością analizowanej zmiennej.

Wykres poissonnes



W naszym przypadku wykres poissonnes pokazuje, że zgodność z modelem Poissona jest doskonała (współczynnik determinacji  $R^2 = 0,9873$ , opisujący dopasowanie prostej, jest bardzo wysoki). Oznacza to, że wykładowcy wybierali losowo długość tytułu. Typowy tytuł miał długość ok. 3–4 słów (wartość oczekiwana 3,6).

Dla porównania przytoczę średnią długość tytułu u 11 liderów:

Płoski	Kordos	Wróblewski	Ciesielski	Mioduszewski	Strzelecki	Marciniak	Pogoda	Dąbrowski	Guzicki	Bednarczuk
6,36	4,56	4,50	3,93	3,83	3,77	3,44	3,44	3,12	2,88	2,56

Średnia w tej grupie przewyższa nieco średnią wśród wszystkich wykładowców i wynosi 3,85.

### Nagrody Filca

Począwszy od zimowej, XVIII Szkoły w 1997 roku przyznawane są przez słuchaczy medale Filca za najlepszy wykład. Oto tabela nagród Filca do ostatniej Szkoły w sierpniu 2003:

XVIII	I	97	Piotr Hajłasz, Jarosław Wróblewski
XIX	VIII	97	Zbigniew Marciniak
XX	I	98	Krzysztof Ciesielski, Edward Tutaj
XXI	VIII	98	Mirosław Lachowicz
XXII	I	99	Jacek Świątkowski
XXIII	VIII	99	Zbigniew Marciniak
XXIV	I	00	Zdzisław Pogoda
XXV	VIII	00	Andrzej Dąbrowski
XXVI	I	01	Magdalena Fikus
XXVII	VIII	01	Andrzej Dąbrowski, Jarosław Wróblewski
XXVIII	I	02	Jerzy Bednarczuk
XXIX	VIII	02	Alicja Gronau-Osińska
XXX	I	03	Michał Różyczka
XXXI	VIII	03	Krzysztof Ciesielski

Wielokrotni medaliści:

Jarosław Wróblewski – 2 razy (XVIII, XXVII)  
(nigdy nie zdobył medalu indywidualnie)  
Zbigniew Marciniak – 2 razy (XIX, XXIII)  
Krzysztof Ciesielski – 2 razy (XX, XXXI)  
Andrzej Dąbrowski – 2 razy (XXV, XXVII)

### Płeć

Wreszcie, na sam koniec, poddamy analizie rozkład płci wśród wykładowców. Pierwsza Szkoła zdominowana była przez mężczyzn. Dopiero II Szkoła otworzyła drogę piękniejszej płci. Pierwszą kobietą – wykładowcą była Ewa Łakoma, która wystąpiła na II Szkole z odczytem *Historyczny rozwój pojęcia prawdopodobieństwa w matematyce*. W historii 30 szkół kobiety wygłosiły 29 (6%) wykładów.

Poniższa tabela przedstawia liczbę odczytów w rozbięciu na długość tytułu i płeć. Wynika z niej, że długość tytułu wykładu nie jest w żaden sposób związana z płcią (poziom krytyczny w teście wynosi 0,92). Pominęliśmy tu 10% grupę wykładów, dla których długość tytułu była większa od 6. Zresztą wszystkie wykłady o takiej długości wygłosili mężczyźni.

Długość	Kobiety	Mężczyźni
1	3	50
2	7	131
3	8	98
4	4	72
5	5	73
6	2	17

Ograniczając się do szkół od numeru XVIII do XXVIII rozkład liczby wykładów nagrodzonych Filcem wśród kobiet (tą jedyną kobietą była Magdalena Fikus) i mężczyzn przedstawia się następująco:

	medal Filca	brak medalu	razem
mężczyźni	13	177	190
kobiety	1	6	7
razem	14	183	197

Czy płeć i fakt otrzymania Filca są zależne? Stosując test niezależności Fishera otrzymamy jednoznaczna odpowiedź: w wysokim stopniu są niezależne (poziom krytyczny wynosi 0,92)

### Literatura cytowana

[1] A. Dąbrowski, *Obrazy zależności*, Matematyka Społeczeństwo Nauczanie, Nr 27 (VII 2001), 26–34.