

## O kombinatoryce

Czym zajmuje się kombinatoryka? W encyklopediach definiuje się ją zazwyczaj jako „dział matematyki elementarnej zajmujący się badaniem różnych możliwych zestawień, jakie można utworzyć z dowolnego zbioru skończonego” albo krócej, jako „teorię obliczania liczby elementów zbiorów skończonych”. Elementy kombinatoryki występują w programach szkolnej matematyki, głównie ze względu na zastosowania w rachunku prawdopodobieństwa. Nie jest to przedmiot szczególnie ulubiony zarówno przez uczniów jak i nauczycieli. Już takie hasła jak wariacje, permutacje czy kombinacje nie wzbudzają entuzjazmu u uczniów, kojarzą się z „dziwacznymi” zadaniami dotyczącymi rozsadzania gości przy stole, losowania na różne sposoby kul z urny czy też tasowaniem kart. I mimo iż szkolne problemy kombinatoryczne w jakimś stopniu związane są z rzeczywistością, to jednak uczniowie chętniej wybierają abstrakcyjne zadania z algebry lub nawet z geometrii. A przecież obecnie kombinatoryka oprócz rachunku prawdopodobieństwa znalazła zastosowanie w teorii zbiorów, teorii grafów, rachunku macierzowym, także przy badaniu populacji i rozwiązywaniu problemów optymalnego transportu. Aktualnie jest to rozległa i dynamicznie rozwijająca się dziedzina matematyki, której znaczenie trudno przecenić.

Rozumowania kombinatoryczne pojawiały się już w starożytności. Tablice do gier w kości układał Tartaglia. Uważa się, że kombinatoryka zaczęła się systematycznie rozwijać wraz z pojawieniem się prac Pascala i Fermata poświęconych grom hazardowym i od samego początku była związana z rachunkiem prawdopodobieństwa. Znany problem kawalera de Méré dotyczący podziału stawki przy grze w orła i reszkę oraz inne podobnego typu zagadnienia zachęcały matematyków do zajmowania się zadaniami kombinatorycznymi. Wielki wkład w systematyczny rozwój kombinatoryki wniósł G.W. Leibniz pisząc rozprawę *Ars Combinatoria* (Sztuka kombinatoryki), gdzie chyba po raz pierwszy użyto terminu kombinatoryka. Również Jacob Bernoulli w dziele *Ars conjectandi* (Sztuka przewidywania) badał rozmaite problemy kombinatoryczne i ich zastosowania do rodzącego się rachunku prawdopodobieństwa. Słynny problem mostów królewieckich rozwiązany przez Eulera też stał się załącznikiem pewnej teorii włączonej do kombinatoryki, związanej z grafami jednobieżnymi. Szybki rozwój nastąpił wraz z rozwinięciem się technik komputerowych, pojawiły się zupełnie nowe problemy i zagadnienia. Zamiast tradycyjnego określenia „kombinatoryka” używa się też poważniej brzmiącego analiza kombinatoryczna.

Do niedawna nie było w języku polskim zbyt wielu książek poświęconych wyłącznie kombinatoryce. Przyklejana była ona najczęściej do różnorodnych podręczników rachunku prawdopodobieństwa. Dziś mamy do dyspozycji coraz więcej ciekawych i niezłych opracowań samej kombinatoryki. Jednym z nich jest podręcznik Zbigniewa Palki i Andrzeja Rucińskiego zatytułowany tradycyjnie *Wykłady z kombinatoryki*. Książka zapowiada się obiecująco, gdyż jest to dopiero pierwsza część z planowanej przez autorów trzyczęściowej całości. Rzeczywiście *Wykłady* są napisane bardzo przystępnie i poruszane w nich problemy ilustrowane są sugestywnymi przykładami. Każdy z dziesięciu rozdziałów rozpoczyna się od zapowiedzi, czego czytelnik może się dowiedzieć w danym fragmencie. Na końcu znajduje się krótkie podsumowanie: jakie twierdzenia, jakie metody, jakie pojęcia w danym rozdziale były przedstawione. Tematyka pierwszej części dotyczy tak zwanej kombinatoryki przeliczeniowej, czytelnik poznaje podstawowe techniki zliczania obiektów o zadanych własnościach. Jest to najpowszechniej znany fragment kombinatoryki. Autorzy zapowiadają jednak, że w następnych częściach zajmą się problemami istnienia obiektów z danymi warunkami i kombinatorycznymi algorytmami konstruowania obiektów według zadanych kryteriów.

Książka Palki i Rucińskiego porusza najbardziej fundamentalne problemy z klasycznej kombinatoryki. Opisane są więc podstawowe prawa i metody przeliczania, schematy wyboru, wybory z ograniczeniami, podziały, zasada włączania i wyłączania, równania rekurencyjne, funkcje tworzące, ciągi binarne

i współczynniki dwumianowe. Wszystkie problemy ilustrowane są starannie dobranymi i elementarnie opisanymi przykładami. Dla chętnych autorzy zaproponowali blisko 200 zadań. Krytycznie można ocenić symbolikę i niektóre oznaczenia, ale być może dobierane były według zasad obowiązujących w tej dziedzinie. Ze względu na prosty język i dobór materiału książkę można polecić również uczniom pragnącym dowiedzieć się czegoś więcej, niż wymaga tego program szkolny. Wydaje się, że sporo mogą skorzystać na jej lekturze miłośnicy zadań olimpijskich, jest tam wiele pomysłów wykorzystywanych w tego typu zagadnieniach. Na uwagę zasługują przykłady dowodzenia różnych tożsamości algebraicznych metodami kombinatorycznymi. Mogą z niej skorzystać także nauczyciele pragnący przełamać swą niechęć do metod kombinatorycznych.

Nieco wcześniej również Wydawnictwa Naukowo-Techniczne wydały inną książkę poświęconą kombinatoryce: *Aspekty kombinatoryki* Victora Bryanta. Autor wybrał szereg najważniejszych jego zdaniem zagadnień kombinatorycznych i w bardzo przystępny sposób przedstawił je czytelnikowi. Z jednej strony problematyka książki Bryanta jest podobna do omawianych wcześniej *Wykładów*, z drugiej strony sposób przedstawienia zagadnień jest zupełnie inny. Bryant rozważa konkretne znane problemy kombinatoryczne, z których wyprowadza ogólne reguły. „Ile jest drzew?”, „Twierdzenie o małżeństwach”, „Kwadraty łacińskie”, „Haremy i turnieje”, „Kolorowanie krawędzi” – to niektóre tytuły rozdziałów, a zarazem zadania i twierdzenia należące do elementarza kombinatorycznego. Bryant więcej miejsca poświęca grafom. Choć istnieją specjalne wykłady z teorii grafów, to *Aspekty* mogą stanowić niezłe wprowadzenie w podstawy tej teorii.

Autor drugiej z omawianych książek napisał we wstępie, że wykłady z kombinatoryki chętnie były wybierane przez studentów, gdyż traktowano ją jako przedmiot łatwy. Zdaniem Bryanta popularność takich wykładów wynika przede wszystkim z faktu, że rozważane w kombinatoryce zagadnienia można jasno i zrozumiale sformułować, co wcale nie oznacza, że ich rozwiązanie są łatwe. W Polsce kombinatoryka nie wchodzi do kanonu programów z matematyki. Na jednych uczelniach jest wykładana jako osobny przedmiot, na innych pojawiają się tylko elementy i to raczej w ramach wykładu z prawdopodobieństwa. Można odnieść wrażenie, że szczególnie nauczyciele matematyki mają niewielki kontakt z kombinatoryką, gdyż uczniowie raczej z problemami kombinatorycznymi nie chcą mieć do czynienia i to nie dlatego, że poznali te najtrudniejsze, ale dlatego, że prawie w ogóle się z nimi nie zetknęli. A jeśli już, to zabrakło tej jasności i przejrzystości w stawianiu zadań. Może pojawienie się nowych, dobrze napisanych podręczników z kombinatoryki zmieni choć odrobinę stereotypowe, „szkolne” patrzyenie na tę obecnie niezwykle ważną i burzliwie rozwijającą się dziedzinę.

Zdzisław POGODA

Victor Bryant, *Aspekty kombinatoryki*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1997 (tłumaczenie Zbigniew Palka).

Zbigniew Palka, Andrzej Ruciński, *Wykłady z kombinatoryki*, cz.1, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1998.

ISSN 1427-1591

**Wydawnictwo Uczelniane WSRP w Siedlcach**

Wydanie I. Nakład 250 egz. Ark. wyd. 5,0.  
Ark. druk. 6,25. Format A-4. Papier offsetowy.  
Oddano do druku: czerwiec 1999 r. Druk  
ukończono: lipiec 1999 r.

Druk: "Art Poligraf", Siedlce