

Obsesja liczb pierwszych

Zdzisław Pogoda, Kraków

Hasło „hipoteza Riemanna” jest dla wielu osób jednym z licznych niezrozumiałych określeń, których pełna jest matematyka. Jeśli nawet ktoś słyszał o hipotezie, to nie bardzo wie, o co tak naprawdę w niej chodzi i dlaczego matematycy z ogromnym zainteresowaniem śledzą jej losy. W ogóle panuje przekonanie, głównie wśród ludzi niemających bliższych kontaktów z matematyką, że w matematyce nie ma już ważnych nierozwiązanych problemów. Naturalnie matematycy rozwiązują rozmaite równania, liczą skomplikowane całki i pomagają w obliczeniach przedstawicielom innych dziedzin. Od czasu do czasu stawiają i rozwiązują wymyślone przez siebie problemy, lecz są to zagadnienia bardzo teoretyczne niedostępne dla niewtajemniczonych. Do takich zaliczana jest często hipoteza Riemanna.

W latach dziewięćdziesiątych XX wieku uporano się po prawie 350 latach z Wielkim Twierdzeniem Fermata. Na początku XXI wieku poddała się w końcu klasyczna hipoteza Poincaro. Dzielnie trzyma się jeszcze hipoteza Goldbacha, ale znaczenie hipotezy Riemanna jest chyba większe i specjaliści intensywnie nad nią pracują. Jeśli do zrozumienia Wielkiego Twierdzenia Fermata lub hipotezy Goldbacha wystarczy elementarna wiedza matematyczna, to w przypadku hipotezy Riemanna jest już inaczej. Bez liczb zespolonych, szeregów i wielu jeszcze innych pojęć wyższej matematyki trudno uchwycić sens tej hipotezy. Kiedy i w jakich okolicznościach powstała? Dlaczego budzi tak ogromne zainteresowanie w gronie matematyków? Jakie jest jej znaczenie i powiązania? Czy jej rozstrzygnięcie poza satysfakcją wiedzy da matematyce konkretne korzyści? A poza matematyką? Są to ważne pytania, na które nie da się tak łatwo odpowiedzieć bez odwoływania się do nieelementarnej matematyki.

Trudnego zadania odpowiedzi na te i inne jeszcze pytania podjął się John Derbyshire w książce, której pełny polski tytuł brzmi Obsesja liczb pierwszych. Bernhard Riemann i największy nierozwiązany problem w matematyce.

Głównym bohaterem książki jest hipoteza Riemanna i sam Riemann. Nazwisko Riemanna, doskonale znane wszystkim matematykom, niematematykom mówi niewiele. Jeśli ktoś miał bliższy kontakt z matematyką, to mógł usłyszeć o całce Riemanna; hasła „wykład habilitacyjny”, „równania Cauchy-Riemanna”, czy wreszcie „tensor Riemanna” są znane głównie specjalistom. Autor nie ogranicza się tylko do podania życiorysu tego wielkiego (jednego z największych w dziejach) matematyka. Na podstawie jego listów i wspomnień przyjaciół oraz działających w tym czasie matematyków dokonuje drobiazgowej analizy psychologicznej osobowości Riemanna. Przedstawia okoliczności powstania krótkiej pracy Riemanna, w której postawiona jest hipoteza. Na ile to możliwe, dokładnie ukazane jest tło historyczne i sylwetki matematyków w taki czy inny sposób związanych z problemem. Czytelnik ma szansę poznać sporo mało znanych szczegółów z życia Eulera, Legendrea, Gaussa, Dirichleta, Landaua, Hardyego i wielu innych.

Bardzo dokładnie opisane są dzieje samej hipotezy oraz jej powiązania z innymi problemami matematyki, przede wszystkim z twierdzeniem o liczbach pierwszych, którego historia jest także przedstawiona ze szczegółami. Nie brakuje informacji o zaskakujących powiązaniach hipotezy Riemanna z mechaniką kwantową. Derbyshire omawia rozmaite uogólnienia problemu i przypuszczenia, z których hipoteza mogłaby być wnioskiem. Nie zapomina wspomnieć również o nieudanych próbach rozstrzygnięcia hipotezy. Swoją opowieść doprowadza do czasów najnowszych, kiedy książka powstała.

Nie jest to jednak książka z historii matematyki w klasycznym tego słowa znaczeniu. Nie ma w niej precyzyjnej analizy oryginalnych tekstów, częstego odwoływania się do źródeł. Autor sporo miejsca poświęca wyjaśnieniu pojęć niezbędnych do zrozumienia hipotezy Riemanna oraz trudności związanych z jej

rozstrzygnięciem. Postanowił on czytelnikowi całkowicie nieprzygotowanemu przedstawić w miarę precyzyjnie samą hipotezę i jej powiązania. Można by rzec, że od czytającego wymagana jest jedynie dobra wola, zainteresowania i... znajomość tabliczki mnożenia. Derbyshire cierpliwie tłumaczy własności liczb zespolonych i szeregów, wyjaśnia na czym polega przedłużenie analityczne funkcji, co to są funkcje eliptyczne, symbole Landaua oraz wiele innych pojęć i procedur z analizy zespolonej. Robi to bardzo przystępnie i pomysłowo. Używa sugestywnych i działających na wyobraźnię określeń takich jak na przykład „złoty klucz”, „mrówka argumentu” czy „mrówka wartości”. Zwraca uwagę na trudne momenty rozumowań lub konstrukcji uprzedzając czytelnika, gdzie może mieć problemy ze zrozumieniem. Dla znawców tematu, niektóre wyjaśnienia mogą sprawiać wrażenie zbędnych i przydługich. Wydaje się jednak, że Derbyshire odpowiednio dobrał proporcje i tłumaczy to, co konieczne, żeby mniej zorientowany czytelnik miał szansę uchwycić najważniejsze idee. Konstrukcja książki jest oryginalna i zaskakująca. W rozdziałach o numerach nieparzystych Derbyshire opisuje różne zagadnienia matematyczne dotyczące hipotezy Riemanna, natomiast rozdziały o numerach parzystych poświęcone są ludziom i wydarzeniom historycznym towarzyszącym opisywanym faktom matematycznym. Czytelnik zainteresowany głównie stroną historyczną problemu może w zasadzie czytać tylko rozdziały parzyste. Szybko jednak zechce zajrzeć do „rozdziałów matematycznych”, aby bliżej zapoznać się z samą hipotezą.

Autor, z wykształcenia matematyk (choć nie specjalista w dziedzinie teorii liczb) i lingwista, z dużą swobodą prowadzi narrację gładko przechodząc od informacji o charakterze historycznym do konkretnych, a czasem nawet drobiazgowych, rozważań matematycznych. Jednak i te bardziej techniczne fragmenty napisane są z pasją dobrego popularyzatora. Czytelnik nie będzie się nudził próbując zrozumieć własności szeregu harmonicznego, logarytmu całkowitego, problemów związanych z przedłużaniem funkcji, czy też konstrukcji ciała liczb p-adycznych. Nawet zawodowy matematyk z przyjemnością przeczyta na przykład sugestywne i pogłądowe wytłumaczenie, dlaczego iloczyn liczb ujemnych jest dodatni.

Książkę Derbyshirea czyta się niemal jak powieść sensacyjną z zaskakującymi zwrotami akcji i pojawiającymi się nagle nowymi wątkami. Mimo iż jest to pozycja popularnonaukowa, to zawiera dużą ilość konkretnych informacji. Dlatego może być ciekawą lekturą dla wszystkich, którzy chcą się dowiedzieć czegoś o problemach teorii liczb i historii matematyki.

Po przeczytaniu *Obsesji liczb pierwszych* chyba nikt nie będzie miał już wątpliwości, że hipoteza Riemanna jest obecnie zapewne najsłynniejszą nierozstrzygniętą hipotezą w matematyce. Jej rozwiązanie pozwoliłoby lepiej zrozumieć wiele innych zagadnień, szczególnie dotyczących liczb pierwszych. To właśnie powiązania z teorią liczb budzą tak wielkie emocje. Kolejny raz ujawnia się jedność matematyki: wysoce abstrakcyjne i, wydawałoby się, odległe problemy z teorii funkcji analitycznych mogą rzucić więcej światła na tajemnicę rozmieszczenia liczb pierwszych.

Studiując monografie i prace specjalne poznajemy same problemy, których głęboki sens dostępny jest tylko dla specjalistów. Książka Derbyshirea może być przystępnym przygotowaniem (i zachętą) do sięgnięcia po pozycje bardziej zaawansowane.

John Derbyshire

Obsesja liczb pierwszych.

Bernhard Riemann i największy nierozwiązany problem w matematyce.

Wydawnictwo NAKOM, Poznań 2009

Tłumaczenie: Romuald Kirwiel, Mieczysław Kulas